[4] Fermat, Pierre de: *Varia Opera Mathematica*. Publicada el 1679 a Tolosa per J. Pech, a cura del fill gran de l'autor, Samuel Fermat. Publicada amb el títol *Oevres de Fermat* per Gauthier-Villars, a cura de Paul Tannery i Charles Henry, que hi afegeixen estudis i comentaris, fent un total de cinc volums: *Obres matemàtiques de Fermat*, incloent-hi els comentaris a l'*Aritmètica* de Diofant (1891, 440 pàg.), *Correspondència* (1894, 514 pàg.). *Traducció* [al francès] *dels escrits llatins de Fermat*, incloent-hi la correspondència (1896, 611 pàg.), *Complements* (1912, 217 pàg.) i *Suplement als volums* I-IV (1912, 128 pàg.). Els podeu descarregar de `http://wlym.com/~animations/fermat/`.

[5] Descartes, René: *La geometria*. Traducció de Josep Pla i Pelegrí Viader. Barcelona: IEC, 1999.

[6] En els articles [1] s'argumenta que Fermat nasqué a finals de 1607 o principis de 1608 —per a més detalls referim el lector a la recensió de l'article [1]-*a*, escrita per Philip Beeley al Zentralblatt (1001.01006), que conté més referències, i del qual aquí ens limitem a traduir les darreres línies: «En aquest supòsit, Fermat inicià la seva creació matemàtica el 1628, a l'edat de 21 anys, i es casà amb Louise de Long el 1631, a l'edat de 24 anys. Aquestes edats [...] s'adiuen bé amb les normes sociològiques i científiques del seu temps.»

Sebastià Xambó
UPC

Racó biogràfic

Oliver Heaviside (1850-1925)

Oliver Heaviside, nascut a Londres l'any 1850, morí l'any 1925 a Paignton, una ciutat a la costa sud-oest d'Anglaterra. Heaviside, amb vint-i-quatre anys, interessat en problemes de transmissió de senyals es va trobar amb el llibre de Maxwell acabat de publicar *Tractat sobre electricitat i magnetisme* i va pensar que aquell llibre el podia ajudar. Heaviside no tenia estudis superiors i sabia ben poques matemàtiques, però això no el va aturar.

Oliver Heaviside era fill d'una modesta família londinenca; el seu pare era un artesà que es guanyava la vida gravant fusta i la seva mare donava classes. Ell era el menor de quatre germans i de petit va sofrir l'escarlatina, una malaltia que li va provocar una lleugera sordesa per a la resta de la seva vida. Amb setze anys va haver de deixar l'escola i durant els dos anys següents es va quedar a viure a casa els seus pares sense cap feina remunerada; llavors ell va confeccionar-se un pla d'estudis; en particular estava interessat en la telegrafia. Charles Wheatstone, físic anglès professor del King's College de Londres, que tots recordem pel «pont de Wheatstone» en el càlcul de resistències elèctriques, estava casat amb una germana de la mare de Heaviside. Per aquells anys Wheatstone intervenia de manera destacada en el desenvolupament de la telegrafia a l'Anglaterra del XIX i va aconseguir un lloc de treball per a al seu nebot —tenia llavors divuit anys— com a tècnic telegrafista, primer a Dinamarca i després a Anglaterra, a l'Oficina de Telègrafs de Newcastle upon Tyne, ciutat situada al nord-est. Heaviside va participar activament en tasques pròpies de la tecnologia de comunicacions; li agradava la feina i, a més, era molt ben pagada, però aquesta feina només va durar sis anys. Heaviside havia iniciat l'estudi de l'electricitat i el magnetisme i havia pres la decisió de deixar qualsevol cosa que l'apartés d'aquest estudi. Que un jove anglès de vint-i-quatre anys, a l'últim terç del segle XIX, s'interessés en l'electricitat i el magnetisme no té res d'estrany, però sí que crida l'atenció que Heaviside decidís deixar una bona feina amb un bon sou per dedicar-se exclusivament a l'estudi dels fenòmens electromagnètics, a més tenint en compte que no tenia fortuna personal. Però així va ser i així seria per a la resta de la seva vida, mai va voler acceptar cap feina regular que el pogués distreure de l'estudi i va sobreviure gràcies als diversos ajuts econòmics que rebia de parents, amics i institucions.

Un fet havia esperonat la decisió de Heavi-

side: l'any 1873 es va publicar el *Tractat sobre electricitat i magnetisme* de J. C. Maxwell i diu Heaviside: «Recordo quan jo era jove la meva primera trobada amb el gran tractat de Maxwell. Fins llavors no s'havia escrit una teoria lligada i completa, només es trobaven coses disperses; jo m'esforçava per entendre l'electricitat enmig d'una gran foscor. Quan vaig veure a la taula de la llibreria el treball que Maxwell havia publicat feia poc, em vaig posar a fullejar-lo i vaig quedar sorprès. Vaig llegir-ne el prefaci i l'últim capítol i alguns trossos més a un lloc i altre; sentia que era una cosa gran i amb moltes possibilitats d'obrir noves perspectives. Vaig decidir que l'estudiaria i em vaig posar a fer-ho. Jo era molt ignorant. No tenia cap coneixement d'anàlisi matemàtica, a l'escola només havia après àlgebra bàsica i trigonometria, les quals ja havia oblidat i això em deixava fora de combat. Amb alguns anys vaig arribar a entendre d'aquell llibre tot allò que jo era capaç d'entendre amb la meva formació. A partir d'aquí vaig decidir deixar el llibre de Maxwell i seguir el meu propi curs i vaig començar a progressar amb molta més rapidesa.»

Oliver Heaviside

Heaviside va tornar a casa dels seus pares; allà va viure fins al 1889 quan ell i els seus pares van traslladar-se a la ciutat costanera de Paignton a casa del seu germà Charles, que hi tenia una botiga d'instruments musicals. Heaviside no es va casar, no va tenir fills, no feia vida social de cap mena, no va ocupar mai cap lloc acadèmic ni mai va voler fer res més que no fos estudiar electricitat i magnetisme. Amb la mort dels seus pares, el 1894 i 1896, Heaviside va llogar una casa de camp a Newton Abbot, lloc proper a Paignton. Lligat a la seva personal recerca electromagnètica va portar una vida solitària i excèntrica que el va conduir cap al final de la seva vida a haver de suportar certs desequilibris d'ordre psicològic. El 1908 va anar a viure en una pensió a Torquay; en aquesta ciutat costanera, veïna a Paignton, va morir el 1925.

Heaviside va publicar una gran quantitat d'articles que, en la seva majoria, es troben recollits a *Electrical Papers* (1892) i *Electromagnetic Theory*, vol. I (Londres, 1893), vol. II (Londres, 1899), vol. III (Londres, 1912). Les recerques de Heaviside estigueren sempre lligades a l'electromagnetisme i s'hi interessà tant des del punt de vista del físic com de l'enginyer. Un estudi aprofundit d'electromagnetisme en l'últim terç del segle XIX implicava el coneixement dels mètodes matemàtics més recents de l'època però, com ell mateix diu, només li havien ensenyat àlgebra elemental i trigonometria. Aquest fet, unit a l'absència d'estudis superiors, faran que els mètodes i conceptes que Heaviside aprengui de manera autodidacta en els llibres de matemàtiques superiors siguin per ell transformats de manera singular per tal que li siguin útils en la seva recerca electromagnètica personal.

Amb aquesta idea d'ajustar el mètode matemàtic a l'objecte o al problema físic en estudi, Heaviside confeccionarà un mètode singular de càlcul per resoldre equacions diferencials; és l'anomenat «càlcul operacional», antecedent de l'actual mètode de transformades de Laplace i un càlcul vectorial algebraicodiferencial amb el qual reescriu el llibre de Maxwell i que és la manera en què avui es presenta.

El mètode de resolució d'equacions diferencials consisteix en una substitució de la derivació temporal per un símbol p que actua com un element algebraic, de manera que això li permet transformar l'equació diferencial en una equació algebraica. Aquest procés de transformació algebraica per resoldre equacions diferencials lineals ja l'havien practicat anteriorment Cauchy i Boole entre d'altres. Heaviside havia estudiat el llibre de Boole però ara Heaviside adapta el mètode al seu estudi particular dels circuits elèctrics lligats a problemes de retransmissió de senyals. Amb aquest propòsit introdueix el símbol $\mathbf{1}$, que no és el número 1, sinó un símbol funcional que per a $t < 0$ val 0 i que per a $t > 0$

val 1. Aquest **1** és el que avui anomenem *funció esglaó de Heaviside*, que tindrà un paper clau en la seva teoria d'operadors.

La producció matemàtica de Heaviside estava sempre guiada per la física; Heaviside no es va preocupar mai de trobar demostracions rigoroses d'allò que introduïa; del rigor matemàtic pensava que actuava com una barrera que frena el desenvolupament dels nous conceptes i mètodes que sorgien de manera procedent en l'estudi del món físic. Per Heaviside, la prova de foc que el seu mètode operacional era vàlid era que els resultats de les equacions concordaven amb allò que observava que passava. Aquesta manera de treballar de Heaviside va exasperar els matemàtics de Cambridge, els quals li van negar la publicació de la tercera part de la seva teoria d'operadors simbòlics en els Proceedings de la Royal Society. W. Burnside n'era llavors el *referee* i va escriure que els resultats de Heaviside podien ser certs o no ser-ho, però que el camí seguit per obtenir-los feia que no tinguessin cap valor. Heaviside es va sentir molt molest pel rebuig oficial dels matemàtics de Cambridge i sempre que va poder va fer corrosius comentaris al tractament rigorista de la matemàtica. S'ha fet famós el següent comentari del 1894, on es pregunta si hom ha de deixar de menjar pel fet que no comprengui prou bé el procés digestiu: «I suppose all workers in mathematical physics have noticed how the mathematics seems made for the physics, the latter suggesting the former... This is really the case with resistance operators. It is a fact that their use frequently effects great simplifications and the avoidance of complicated evaluations of definite integrals. But then the rigorous logic of the matter is not plain! Well, what of that? Shall I refuse my dinner because I do not fully understand the process of digestion? No, not if I am satisfied with the result.» (Heaviside, 1971, vol. II, pàg. 9).

Va ser precisament a causa dels èxits obtinguts per Heaviside en aplicar el seu mètode operacional a la resolució de problemes relacionats amb circuits elèctrics i de transmissió de senyals que a partir de la segona dècada del segle XX es renovés l'interès dels matemàtics i dels enginyers per cercar-ne una teoria matemàtica rigorosa. En aquesta línia d'investigació a treballar el matemàtic anglès T. J. Bromwich, qui, utilitzant tècniques d'integració en el camp complex, acabà trobant els resultats que Heaviside havia descobert experimentalment. L'any 1919, Bromwich va escriure una carta a Heaviside on li deia que considerava la seva (referint-se a Heaviside) manera de treballar amb els operadors com la més útil per a l'enginyer i que la introducció de les integrals de contorn servirien per convèncer els més puristes dels matemàtics que el p-mètode té un fonament matemàtic sòlid. Heaviside li contestà que s'alegrava que per fi algú que era matemàtic s'adonés de la importància del càlcul operacional... però li aconsellava que no es preocupés més de convèncer els «caps de fusta» dels rigoristes... i afegí que, com deia Lord Rayleigh: «la lògica és l'última cosa de què hom s'ha de preocupar».

Un exemple senzill de càlcul operacional a l'estil Heaviside seria com segueix: la resolució d'una equació diferencial lineal associada a un circuit elèctric que conté una resistència R, una impedància L en sèrie, i que a partir d'un cert moment ($t = 0$) actua una f. e. m. E (constant), $c(t)$ representa la intensitat del corrent elèctric.

$$L\frac{dc}{dt} + Rc = E. \tag{1}$$

Heaviside expressa matemàticament que a partir de $t = 0$ actua la f. e. m. costant E mitjançant el símbol **1**. El que vol és aconseguir que la igualtat $L\frac{dc}{dt} + Rc = E$ esdevingui una simple relació del tipus $Rc = E$ (llei d'Ohm) aplicable en el cas en què només hi ha resistència. Introdueix el símbol p per indicar la derivació temporal,

$$Lpc + Rc = E.$$

Aquesta és ja una equació algebraica de primer grau en la incògnita c; treu, doncs, c factor comú i queda l'expressió

$$(Lp + R)c = E. \tag{2}$$

amb aspecte semblant a la llei d'Ohm si s'interpreta el factor $Lp + R$ com una resistència generalitzada. Heaviside en diu *operador de resistència*. Llavors

$$c = \frac{E}{Lp + R}.$$

Ara cal, però, donar un significat a aquesta divisió simbòlica i aquest és el punt clau del mètode; això ho fa per analogia amb la divisió

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots \tag{3}$$

$$\frac{1}{Lp+R} = \frac{1}{Lp} \cdot \frac{1}{1+\frac{R}{Lp}} =$$
$$= \frac{1}{Lp}\left(1 - \frac{R}{Lp} + \frac{R^2}{L^2p^2} - \frac{R^3}{L^3p^3} + \dots\right). \quad (4)$$

Cal ara dir què significa el símbol $\frac{1}{p}$ i les successives potències $\frac{1}{p}, \frac{1}{p^2}, \frac{1}{p^3} + \dots$. Per analogia amb el producte $p \cdot \frac{1}{p} = 1$, Heaviside els atribueix el significat següent:

$$\frac{1}{p}\mathbf{1} = \int_0^t 1\,dt = t \text{ per } t \geq 0 \text{ i és } 0 \text{ per } t \leq 0,$$
$$\frac{1}{p^2}t = \frac{1}{p}\left(\frac{1}{p}t\right) = \int_0^t t\,dt = \frac{t^2}{2}$$
$$\text{per a } t \geq 0 \text{ i és } 0 \text{ per a } t \leq 0, \text{ etc.}$$

Llavors, tenint en compte que per Heaviside la E de (1) és $\mathbf{1} \cdot E$, el càlcul de $c(t)$ és com segueix:

$$\frac{1}{Lp+R}\mathbf{1} = \frac{1}{Lp}\left(1 - \frac{R}{L}t + \frac{R^2}{L^2}\frac{t^2}{2} - \frac{R^3}{L^3}\frac{t^3}{3!} + \cdots\right) =$$
$$= \frac{1}{L}\int_0^t e^{-\frac{R}{L}t}\,dt = \frac{1}{R}\left(1 - e{-}\frac{R}{L}t\right)$$

i, per tant, el corrent $c(t)$ és

$$c(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e{-}\frac{R}{L}t\right).$$

En general el mètode operacional de Heaviside consisteix a reduir les equacions diferencials a expressions simbòliques del tipus

$$Z(p)c(t) = E(t),$$

una mena de llei d'Ohm generalitzada on $Z(p)$ és anomenat *operador de resistència*. La qüestió és sempre la de donar significat matemàtic a $[Z(p)]^{-1}$ per tal de poder trobar

$$c(t) = [Z(p)]^{-1}E(t)$$

i per fer-ho utilitza els desenvolupaments en sèrie de potències del símbol p, fins i tot utilitza sèries divergents. En el cas concret en què $[Z(p)]^{-1}$ és una funció racional de p Heaviside troba allò que avui coneixem com la fórmula d'expansió de Heaviside.

En un problema relacionat amb la generació d'una ona de difusió, Heaviside es troba amb desenvolupaments en sèrie en els quals les potències de p són fraccionàries (Heaviside, 1971, vol. II, pàg. 286). Llavors té necessitat d'atribuir un significat a $p^{1/2}\mathbf{1}$. Heaviside atribueix un significat a $p^{1/2}\mathbf{1}$ a partir de la comparació de dues resolucions d'un mateix problema físic (difusió de la calor en una barra). En un cas aplica el mètode de Fourier i en l'altre els seus desenvolupaments simbòlics, i així arriba a les dues igualtats:

$$C_0 = \left(\frac{Sp}{R}\right)^{1/2} V_0 \quad \text{i} \quad C_0 = \left(\frac{S}{R\pi t}\right)^{1/2} V_0.$$

I conclou que a fi que coincideixin cal definir l'acció de l'operador simbòlic $p^{1/2}$ sobre $\mathbf{1}$ mitjançant la igualtat $p^{1/2}\mathbf{1} = (\pi t)^{-1/2}$ (Heaviside, 1971, vol. II, pàg. 35). En un altre dels seus treballs li cal donar un significat a la derivada de $\mathbf{1}$ en el zero i ho fa de tal manera que estableix un clar precedent de la delta de Dirac. Val la pena llegir atentament les pròpies paraules de Heaviside (EMT, 1971, vol. II, pàg. 55): «We have to note that if Q [càrrega elèctrica] is any function of the time, then pQ is its rate of increase. If, then, as in the present case, Q is zero before and constant after $t = 0$, pQ is zero except when $t = 0$. It is then infinite. But its total amount is Q. That is to say, $p\mathbf{1}$ means a function of t which is wholly concentrated at the moment $t = 0$, of total amount 1. It is an impulsive function, so to speak. The idea of an impulse is well known in mechanics, and it is essentially the same here. Unlike the function $p^{1/2}\mathbf{1}$, the function $p\mathbf{1}$ does not involve appeal either to experiment or to generalised differentiation, but involves only the ordinary ideas of differentiation and integration pushed to their limit».

Quan Heaviside va estudiar el *Tractat sobre electricitat i magnetisme* de Maxwell va trobar que el llenguatge matemàtic emprat per Maxwell era massa enrevessat; sobretot el molestava aquella cosa anomenada «quaternió». Es va proposar llavors modificar el llenguatge quaterniònic. Els quaternions són expressions del tipus $a + bi + dj + dk$ on a, b, c i d són nombres reals i i, j i k són entitats imaginàries amb les regles següents de multiplicació:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1 \qquad ij = -ji = k$$
$$jk = -kj = i \qquad ki = -ik = j.$$

L'àlgebra de quaternions creada per Hamilton el 1843 va representar una autèntica revolució en el món matemàtic del segle XIX. Es tractava

d'uns nombres amb representació quadridimensional amb producte no commutatiu. Heaviside no els va trobar convenients per representar les entitats electromagnètiques i per això va decidir modificar la teoria quaterniònica donant entitat pròpia a la part vectorial del quaternió. Va construir un càlcul amb vectors definint la suma i producte per escalars i afegint-hi dos productes més, «el producte escalar» i «el producte vectorial». Aquesta desconstrucció dels quaternions va esverar G. Tait, el matemàtic company de Hamilton defensor a ultrança dels quaternions. La polèmica estava encetada i va ser llarga. Al mateix temps que Heaviside a Anglaterra estava elaborant el càlcul vectorial, als Estats Units el professor J. W. Gibbs, de la Universitat de Yale, independentment de Heaviside i també intentant eliminar els quaternions del *Treatise* de Maxwell, n'estava elaborant un de semblant, i Heaviside ho va saber perquè el mateix Gibbs li va enviar uns apunts del seu càlcul vectorial; Heaviside dóna compte d'aquest fet a un dels seus articles. En aquest cas, però, no es va encetar cap polèmica entre Gibbs i Heaviside, però sí que va haver-hi polèmica entre Gibbs i Tait. Si esteu interessats en aquesta polèmica quaterniònica llegiu García Doncel, 1984.

Utilitzant el càlcul vectorial, Heaviside va aconseguir reduir les tretze equacions fonamentals de Maxwell a només quatre equacions. La versió vectorial del *Treatise* de Maxwell es deu a Heaviside i el càlcul vectorial de Heaviside (o Gibbs) és avui emprat per físics, enginyers i geòmetres.

Heaviside estava només interessat per l'electricitat i el magnetisme però, amb rigor o sense, va fer moltes matemàtiques al llarg de la seva vida i ell mateix estava ben convençut del poder de la matemàtica en la recerca del coneixement de les lleis físiques.

Bibliografia

[1] García Doncel, M. «Orígens físics de l'anàlisi vectorial». A: *El desenvolupament de les matemàtiques al segle* XIX. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, Arxius de la secció de Ciències; LXXV, 1984.

[2] Heaviside, O. *Electrical papers*. Nova York: Chelsea Publishing Company, 1970.

[3] Heaviside, O. *Electromagnetic theory*. Nova York: Chelsea Publishing Company, 1971.

[4] Nahin, P. J. *Oliver Heaviside*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2002.

Eduard Recasens Gallart
UPC

Webs de matemàtiques

The MacTutor History of Mathematics Archive

Durant molts anys m'ha encuriosit, en caminar pel passadís de davant el deganat de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC, un full penjat al suro d'anuncis amb el «matemàtic del dia». Aquest full, canviat cada dia, conté la imatge d'un matemàtic de qui és l'aniversari o bé del seu naixement, o bé de la seva mort. Per exemple, avui 31 de maig, és l'aniversari de la mort d'en Galois, mort el 31 de maig de 1832.

Aquest full amb el matemàtic del dia està extret d'una exhaustiva base de dades de matemàtiques anomenada The MacTutor History of Mathematics Archive (http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/), ubicada a la pàgina web del Departament de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de St. Andrews, a l'est d'Escòcia. Aquesta base de dades és monumental, i conté les dades de la gran majoria de matemàtics, vius o morts, d'una certa rellevància.

La búsqueda dins la base de dades es pot fer per biografies, o per branca de les matemàtiques. Es pot buscar els matemàtics per lloc de naixement, i així podem saber, per exemple, que Abraham bar Hiyya Ha-Nasi va néixer a Barcelona l'any 1070. Podem buscar per matemàtiques de la Xina, de l'Índia o de l'antiga Babilònia. Podem buscar les dones matemàtiques de la història, o també podem buscar l'índex de corbes famoses i els matemàtics que les van estudiar. Una base de dades completíssima.